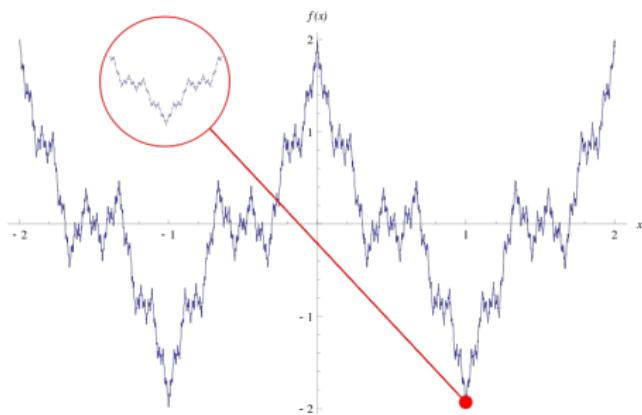


Primjeri u prirodi



Primjer u matematici



Weierstrassova funkcija

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n \cos(b^n \pi x),$$

gdje su $0 < a < 1$, b je pozitivan neparan cijeli broj i $ab > 1 + \frac{3}{2}\pi$.

Istorijat



Naziv fraktal iskovao je sedamdesetih godina 20. vijeka matematičar Benoît Mandelbrot (1924.–2010.), a korijen mu je latinska riječ **fractus**, što znači razlomljen, slomljen. Mnogo činjenica o fraktalima i fraktalnoj geometriji bilo je poznato još u prvoj polovini 20. vijeka. Naročito veliki doprinos teoriji fraktala dao je francuski matematičar Gaston Maurice Julia (1893.–1978.). Iako je bio vrlo poznat i popularan u razdoblju nakon Prvog svjetskog rata, njegovi su radovi pali u zaborav, sve dok ih ponovo, uz radove drugih zaboravljenih matematičara, na svjetlo dana nije vratio Benoît Mandelbrot. Danas se Benoît Mandelbrot smatra začetnikom **fraktalne geometrije**.

Istorijat

Benoît Mandelbrot objavljuje 1967. godine rad "How Long Is the Coast of Britain." Što je koristio manju dužinu za mjerjenje, dobijao je veću dužinu obale.



Istorijat

- U ovom radu iz 1967. godine problem dužine obale (ili "paradoks dužine obale", ili "fenomen obale") Mandelbrot pokušava pojasniti preko pojma "samosličnost" obale (self-similarity);
- U radu su data njegova prva razmišljanja o "fraktalima", tek 1975. godine počinje koristiti riječ fraktal.

Samosličnost - podjela fraktala

- ① Samosličnost je svojstvo objekta da je "sam sebi sličan", odnosno da u sebi sadrži kopije samog sebe.
 - ① Ako na svim nivoima povećanja možemo pronaći kopiju početnog objekta, tada kažemo da je objekt savršeno (ili potpuno) samosličan.
 - ② Ako "kopije" početne slike vidimo samo do nekog nivoa, onda govorimo o približnoj samosličnosti (ili kvazisličnosti).
 - ③ Statistička samosličnost, fraktal ne sadrži kopije samog sebe, ali neke njegove osobine ostaju pri različitim procjenama ili skalamama posmatranja.

Samosličnost - podjela fraktala

Podjela fraktala po samoličnosti

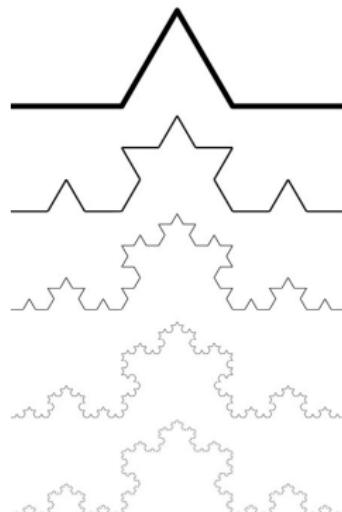
- ① Potpuno slični fraktali (Kochova pahuljica, trougao Sierpińskog,...)
- ② Kvazi slični fraktali (Julia skup, Mandelbrotov skup,...)
- ③ Statistički samoslični fraktali (Peanov šum,...)

Dimenzija fraktala

Topološka dimenzija, grubo govoreći, nekog objekta predstavlja broj "broj stepeni slobode", i odgovara našem prirodnom, intuitivnom shvatanju dimenzije. Tako tačka ima dimenziju 0, prava 1, geometrijski likovi i površi 2, a geometrijska tijela i prostor 3.

Topološka dimenzija se definiše preko otvorenih skupova koji prekrivaju zadani objekt.

Dimenzija frakta



Samoslična dimenzija - može se koristiti za jednostavnije potpuno slične frakte. Samosličnu dimenziju D računamo na sljedeći način

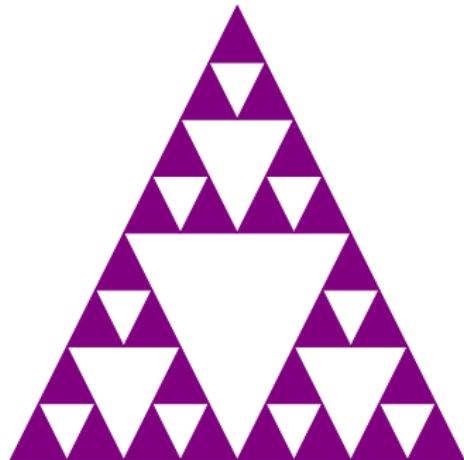
$$D = \log_S N,$$

gdje N predstavlja broj samosličnih dijelova, S faktor skale.

Za Kochovu krivu $N = 4$, a $S = 3$ pa je

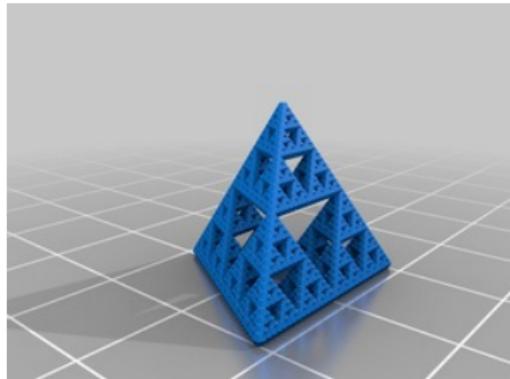
$$D = \log_3 4 \approx 1.262$$

Dimenzija fraktala



Za trougao Sierpińskog $N = 3$, a $S = 2$, pa je

$$D = \log_3 4 \approx 1.585$$



Za piramidu Sierpińskog $N = 4$,
a $S = 2$, pa je

$$D = \log_2 4 = 2$$

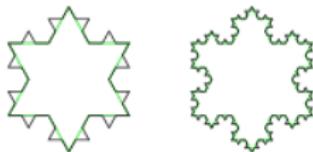
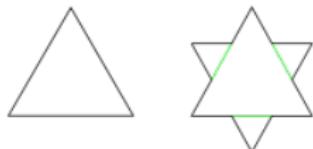
Dimenzija fraktala

Druge dimenzije

- ① Box Counting dimezija
- ② Ruler (Compass) dimenzija
- ③ Masena dimenzija
- ④ Hausdorffova dimenzija

Obim Kochove pahuljice računamo po formuli

$$O_n = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n,$$



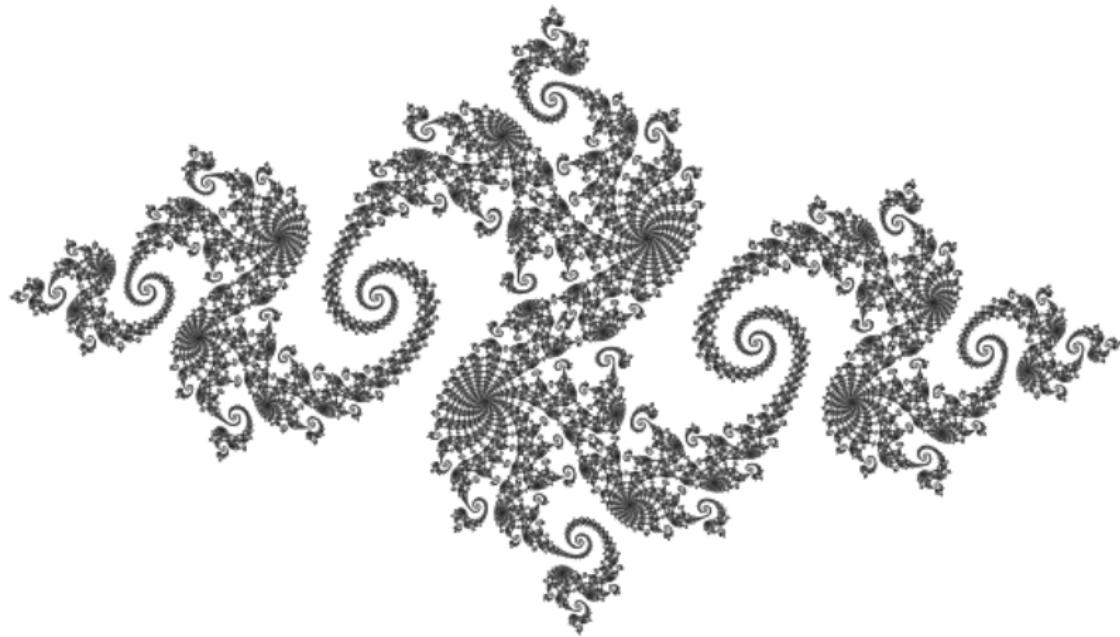
gdje je n broj iteracija. Ako je broj iteracija neograničen, tj. $n \rightarrow \infty$ dobijamo

$$O = \lim_{n \rightarrow \infty} O_n = \infty.$$

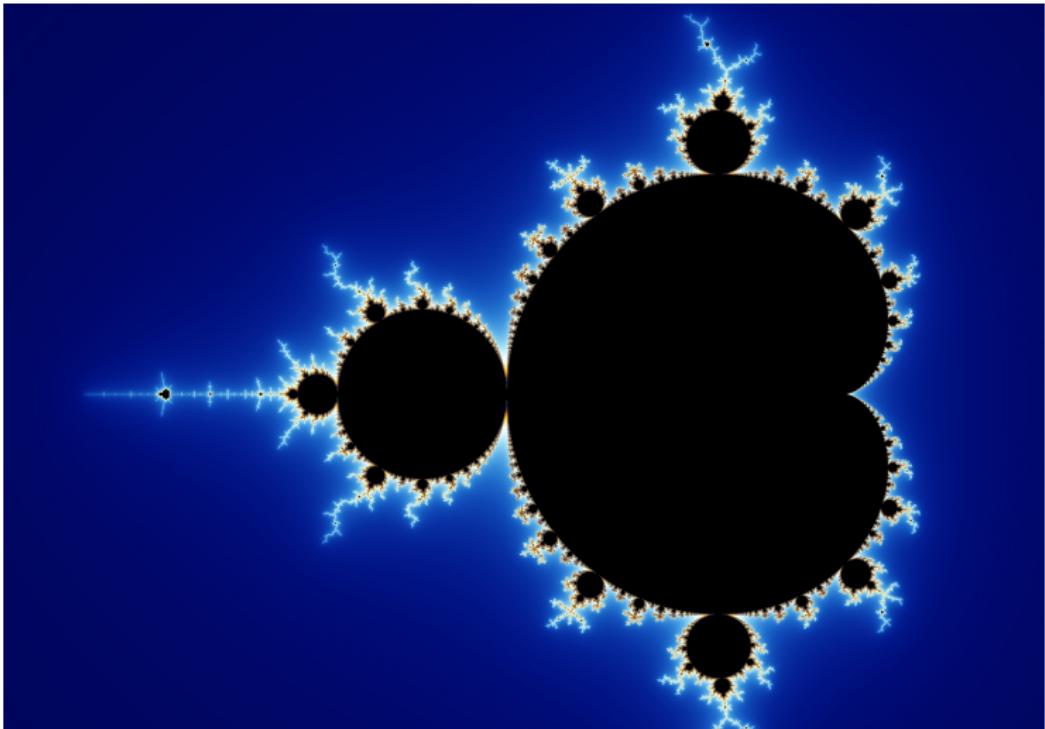
Sa druge strane površina Kochove pahuljice je

$$P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{\left(\frac{a}{3}\right)^2 \sqrt{3}}{4} + 3 \cdot 4 \cdot \frac{\left(\frac{a}{9}\right)^2 \sqrt{3}}{4} + 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{\left(\frac{a}{27}\right)^2 \sqrt{3}}{4} + \dots = \frac{2\sqrt{3}a^2}{5}$$

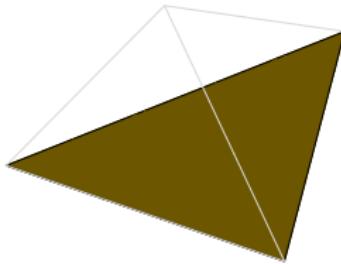
Fraktali



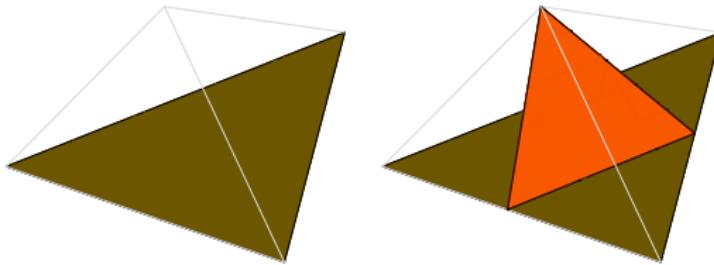
Fraktali



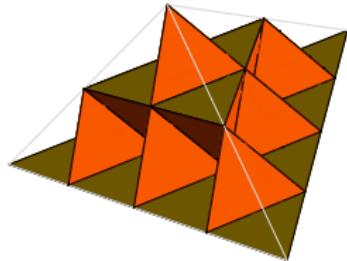
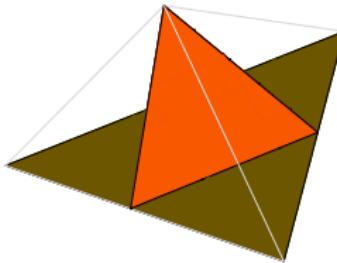
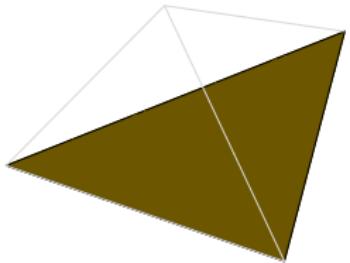
Fraktali



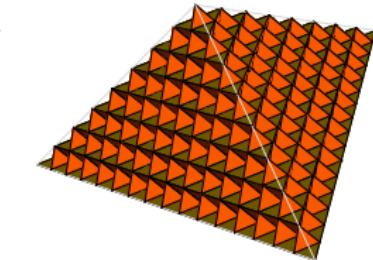
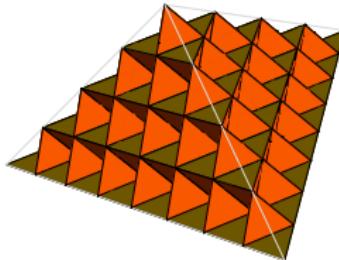
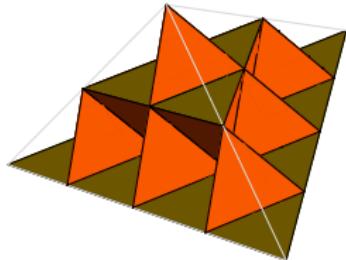
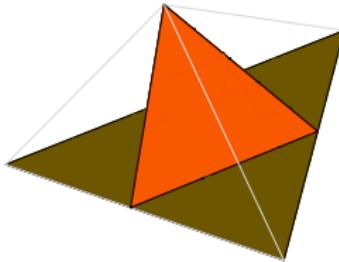
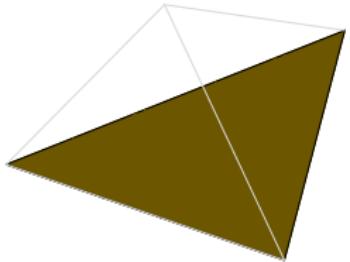
Fraktali



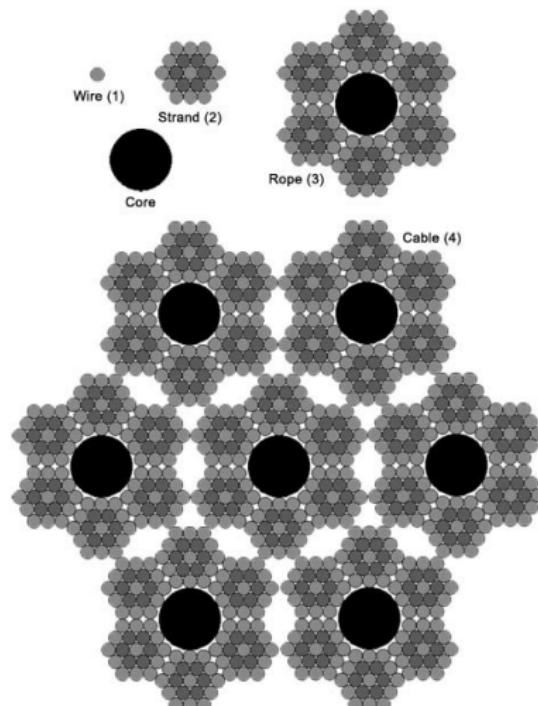
Fraktali



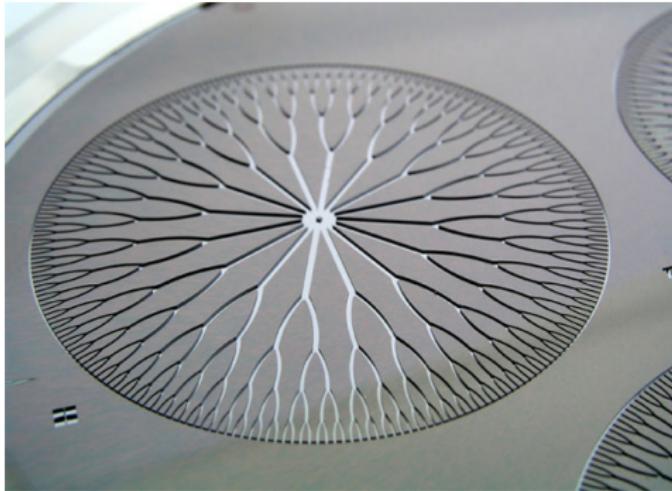
Fraktali



Mostovi i kablovi



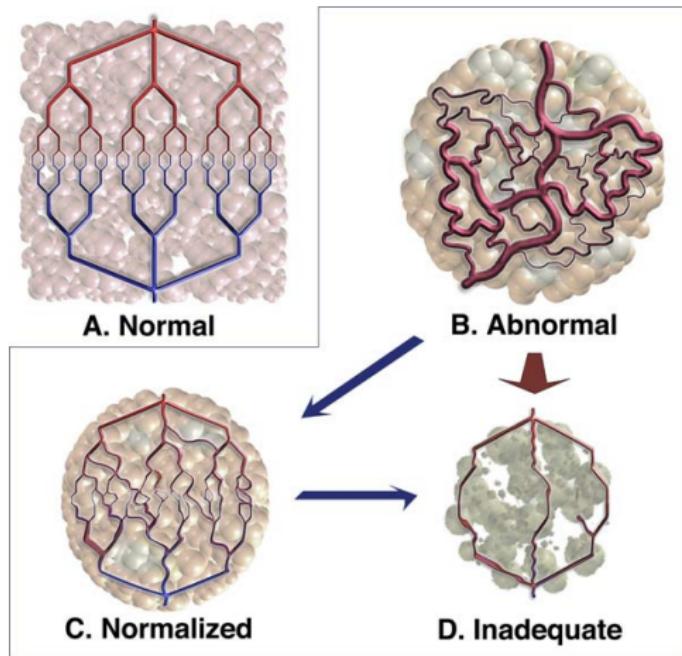
Hladnjak



Grad



Medicina



Antena

