

1 Procenti račun

1. Cijena jedne knjige je 60 KM. Kolika će biti cijena te knjige, ako se
(a) Poveća za 20%; (b) Smanji za 35%?
2. Cijena jedne košulje je 75 KM. Trgovci su prvo povećali cijenu za 15%, a zatim je smanjili za 15%. Kolika je sada cijena te košulje?
3. Cijena hljeba od 1.5 KM smanjena je na 1.15 KM. Koliko je sniženje u procentima?
4. Radnici su povećali dnevnu proizvodnju obuće za 20% i ona sada iznosi 1452 para obuće dnevno. Koliko su radnici pari obuće proizvodili dnevno prije ovog povećanja?
5. Cijena neke robe prvo je povećana za petinu, a potom je smanjena za 15%. Da li je došlo do povećanja ili smanjenja prvobitne cijene i za koliko ?
6. Cijena nekog proizvoda je smanjena za 12%, a zatim povećana za 18%, i sada iznosi 80 KM. Kolika je prvobitna cijena?
7. Cijene neke knjige prvobitno je bila 90 KM. Cijena je povećana za 20%, a zatim smanjena za 20%. Kolika je nova cijena i da li je veća ili manja u donosu na prvobitnu i za kolik procenata?
8. Cijena hljeba uvećana je za 120%. Za koliko procenata hljeb treba da pojeftini da bi koštao isto kao prije poskupljenja?

2 Mat. račun i SLAJ

Operacije sa matricama

1. Date su matrice $A = \begin{bmatrix} 3a+1 & b & 0 \\ a-1 & 3b & 2b \\ 0 & 3a & 1 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} b & b & 0 \\ 0 & a^2 & a-b \\ a+b & -1.5 & b-a \end{bmatrix}$. Odrediti $a, b \in \mathbb{R}$, tako da matrica $A + 2b$ bude

- (a) Gornja trougaona;
(b) Donja trougaona.

2. Odrediti parametre $a, b \in \mathbb{R}$, tako da matrica A bude donja trougaona, ako je $A = \begin{bmatrix} 3a^2 & 4b-1 & 3-a \\ a^2-4 & 1 & 0 \\ b-a+1 & 2-a & 0 \end{bmatrix}$.

3. Odrediti $a, b \in \mathbb{R}$, tako da matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & b \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} a & -3 \\ a^2 & -b \end{bmatrix}$ budu jednake.

4. Izračunati

$$(a) \begin{bmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \\ 4 & -1 & 1 \end{bmatrix}; (b) \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 2 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 4 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

5. Neka je $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $f(x) = 2x^2 - x + 1$ i $g(x, y) = x^2 + 2xy + y^2$. Izračunati

- (a) $f(A)$; (b) $f(A) - 3f(B)$; (c) $(f(A) + f(B))^T$; (d) $g(A, B)$.

6. Date su matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 6 \\ -3 & 4 & 9 \end{bmatrix}$. Izračunati AB , BA i $AB - BA$.

Determinante

1. Izračunati determinante

$$(a) \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}; (b) \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 6 & 0 \\ -1 & 0 & 4 \end{vmatrix}; (c) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 6 \\ 3 & 5 & 0 & -2 \\ 3 & -3 & 8 & 0 \end{vmatrix}.$$

2. Riješiti jednačine

$$(a) \begin{vmatrix} x & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0; (b) \begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix} = 0; (c) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2-x^2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 9-x^2 \end{vmatrix} = 0;$$

$$(d) \begin{vmatrix} x-3 & x+2 & x-1 \\ x+2 & x-4 & x \\ x-1 & x+4 & x-5 \end{vmatrix} = 0;$$

Inverzna matrica

1. Izračunati inverznu matricu A^{-1} matrice A , ako je (a) $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; (b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

2. Date su matrice $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ i $D = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 6 \\ -3 & 4 & 9 \end{bmatrix}$.

Riješiti jednačine

- (a) $AX + 3I = 4X + B$; (b) $2B - 2X = XB - AB$; (c) $3D + XC - 2C = 2X$; (d) $DX - 3I = 2CX + D$.

Sistemi linearnih algebarskih jednačina

1. Dat je sistem

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y + 2z = 5 \\ x + 2y + 3z = 6 \\ 2x + 4y + 5z = 11. \end{cases}$$

- (a) Ispitati saglasnost sistema.
 (b) U slučaju saglasnosti riješiti ti ga
 i. Gaussovom metodom;
 ii. Cramerovom metodom;
 iii. Matričnom metodom.

2. Dat je sistem

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y + 2z = 5 \\ 2x + 3y + 3z = 8 \\ 3x + 4y + 4z = 11. \end{cases}$$

- (a) Ispitati saglasnost sistema.
 (b) U slučaju saglasnosti riješiti ti ga
 i. Gaussovom metodom;
 ii. Cramerovom metodom;
 iii. Matričnom metodom.

3. Dat je sistem

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y + 2z = 5 \\ x + 2y + 3z = 6 \\ x + y - z = 2. \end{cases}$$

- (a) Ispitati saglasnost sistema.
 (b) U slučaju saglasnosti riješiti ti ga
 i. Gaussovom metodom;
 ii. Cramerovom metodom;
 iii. Matričnom metodom.

4. Dat je sistem

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + 2y + 2z = 0 \\ x + 2y + 3z = 0. \end{cases}$$

- (a) Ispitati ima li sistem i netrivialna rješenja.
 (b) U slučaju da ima i netrivialna rješenja izračunati ih.

5. Dat je sistem

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + 2y + 2z = 0 \\ 3x + 4y + 4z = 0. \end{cases}$$

- (a) Ispitati ima li sistem i netrivialna rješenja.
 (b) U slučaju da ima i netrivialna rješenja izračunati ih.

Linearna zavisnost vektora

1. Dati su vektori $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ i $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}$. Ispitati linearnu zavisnost vektora.

2. Dati su vektori $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ i $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix}$. Ispitati linearnu zavisnost vektora.

I-O analiza

1. Zadana je matrica tehničkih karakteristika $A = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.25 & 0 \\ 0.2 & 0.25 & 0.5 \\ 0.4 & 0.25 & 0.2 \end{bmatrix}$, i

(a) Vektor ukupnih outputa $Q = [120 \ 240 \ 80]^T$. Izračunati vektor finalne potražnje q ;

(b) Vektor finalne potražnje $q = [40 \ 24 \ 30]^T$. Izračunati vektor ukupnih outputa Q .

2. Data je I-O tabela jedne ekonomije

Q_i	Q_{ij}			q_i
100	0	40	50	10
200	20	40	30	110
300	50	40	60	150

(a) Sastaviti novu I-O tabelu, ako se planira povećanje ukupnog outputa drugog sektora za 50% i smanjenje ukupnog outputa trećeg sektora za 20%;

(b) Sastaviti novu I-O tabelu, ako se planira povećanje svih ukupnih outputa za 20%, (u oba slučaja tehnički uslovi se ne mijenjaju).

3. Zadana je matrica tehnologije $T = \begin{bmatrix} 1 & -0.1 & -0.2 \\ -0.3 & 0.8 & -0.4 \\ -0.2 & -0.3 & 0.9 \end{bmatrix}$. Ukupni output prvog sektora je $Q_1 = 100$, drugog $Q_2 = 50$ i trećeg $Q_3 = 100$. Sastaviti I-O tabelu.

3 Granične vrijednosti nizova i funkcija i diferencijalni račun

Granične vrijednosti nizova

1. Izračunati sljedeće limese

$$(a) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n-1}{5n+8}; (b) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3-11n}{n+8}; (c) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2-n+12}{2n^2-9n+11}; (d) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2-3n+3}{n^4-n^3+23n-1};$$

$$(e) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^4-3n+1}{n^3-n^2+12n+3}; (f) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2+3n-3}{-n^3+4n^2+n-2}.$$

2. Izračunati sljedeće limese

$$(a) \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n+5} - \sqrt{n-3}); (b) \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2-n+3} - \sqrt{n^2+2n-4});$$

$$(c) \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{4n^2-4n+3} - 2n); (d) \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n+\sqrt{n}} - \sqrt{n}); (e) \lim_{n \rightarrow +\infty} n(\sqrt{n^2-3n-n}).$$

3. Izračunati sljedeće limese

$$(a) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{2n-2}\right)^n; (b) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{4n}{3n+5}\right)^{n+1}; (c) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n+5}{2n+3}\right)^{n-3};$$

$$(d) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2+n+4}{n^2+n-3}\right)^{n^2+6}; (e) \lim_{n \rightarrow +\infty} (n+3) [\ln(n+3) - \ln(n+5)];$$

$$(f) \lim_{n \rightarrow +\infty} (2n+4) [\ln(3n+4) - \ln(3n+6)]; (g) \lim_{n \rightarrow +\infty} (n-5) [\ln(2n^2-3n+6) - \ln(2n^2-3n+3)].$$

Granične vrijednosti funkcija

1. Izračunati sljedeće limese

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)^2}{x^2+1}; (b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2-x+3}{x^3-8x+5}; (c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2-3-4}{\sqrt{x^4+1}};$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}; (e) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3}\right); (f) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1};$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt{x}-8}{\sqrt[3]{x}-4}; (h) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}; (i) \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2};$$

$$(j) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+a}}{\sqrt{x}}; (k) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2-5x+6} - x); (l) \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+1} - x);$$

$$(m) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+\sqrt{x^2-1})^4 + (x-\sqrt{x^2-1})^4}{x^4};$$

2. Izračunati limese

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 2x}; (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x^2};$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \operatorname{tg} x}; (d) \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}; (e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3};$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin \pi x}; (g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2}; (h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}}{x};$$

3. Izračunati limese

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{2x+1}\right)^{x^2}; (b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^x; (c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1}\right)^{x+4};$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2-2x+3}{x^2-3x+1}\right)^{3x-4}; (e) \lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln(2x+1) - \ln(2x+4)] \cdot \frac{1}{3x-2};$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(3x+3) - \ln(3x-1)}{4x+1}; (g) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(2x^2+3x+3) - \ln(2x^2+3x-1)}{5x-3};$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x-1}{x}; (i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^x-1}{x}; (j) \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt[3]{x}-1);$$

$$(k) \lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt[3]{2}-1); (l) \lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{\frac{1}{x}}-1); (m) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{x};$$

4. Izračunati limese

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$; (b) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$; (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{\sin x}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{\ln x}}$;

(e) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1 - \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}}{\sin x}$;

(f) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \operatorname{tg} x}{\sin x} \right)^{\frac{2}{x^3}}$; (g) $\lim_{x \rightarrow -a} \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} a}{x + a}$; (h) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$;

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^2 x - 1}}{x(\sqrt{1 + 2 \sin^2 x} - 1)}$; (j) $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + \sin 3x)^{\frac{1}{x}}$;

(k) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{\sqrt{2x}}$; (l) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{3}{x^2}}$;

(m) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \operatorname{tg}^2 x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$; (n) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$;

(o) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$.

Diferencijalni račun funkcija jedne realne promjenljive

1. Odrediti izvode sljedećih funkcija

(a) $f(x) = 3x + 3$; (b) $f(x) = y = 3x^2 - 3x + 1$; (c) $f(x) = x^3$; (d) $f(x) = \cos x$;

(e) $f(x) = e^x$; (f) $f(x) = \ln x$; (g) $f(x) = xe^x$; (h) $f(x) = x \sin x$; (i) $f(x) = (x - 3)e^x$.

2. Odrediti izvode sljedećih funkcija u datim tačkama

(a) $f(x) = \cos x, x = 0$; (b) $f(x) = x^3, x = 2$; (c) $f(x) = xe^x, x = 1$;

(d) $f(x) = x \sin x, x = 0$; (e) $f(x) = 3x^2 - 3x + 1, x = 3$; (f) $f(x) = (x - 3)e^x, x = 1$.

3. Izračunati izvode

(a) $f(x) = x^7 - 9x^2 + 1$; (b) $f(x) = x^{-\frac{4}{5}} + x^{\frac{3}{11}} + 3x^5 + 1$;

(c) $f(x) = \frac{2x^2 - x^4 - 2x^3 - 12x + 4}{12x^5 + 11x^2 + 23x - 1}$; (d) $f(x) = \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^4} + \frac{4}{x^5}$; (e) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \frac{2}{\sqrt[6]{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$;

(f) $f(x) = xe^x$; (g) $f(x) = x^4 \cos x$; (h) $f(x) = \sin x \ln x$;

(i) $f(x) = \operatorname{arctg} x + \arcsin x - \arccos x$; (j) $f(x)y = x \operatorname{arctg} x$;

(k) $f(x) = \operatorname{tg}^2 x + 3 \sin x$; (l) $f(x) = x^2 e^{2x-1}$;

(m) $f(x) = (x^4 - x^2 - x - 1)e^x$; (n) $f(x) = e^x \cos(3x - 2)$; (o) $f(x) = x^2 \ln x$;

(p) $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$; (q) $f(x) = \frac{\sin x + \operatorname{tg} x}{x^2 + x}$;

(r) $f(x) = x^2 + \sqrt[5]{x^2 + 2x} + \frac{2}{\sqrt{x^4 + 3x^2 + 1}}$;

(s) $f(x) = \sin x + 3 \cos x + \operatorname{ctg} 3x$; (t) $f(x) = \frac{\sin x + 2 \operatorname{tg} x}{1 - \cos x - \operatorname{ctg} x}$;

(u) $f(x) = x^3 \ln x - \frac{\ln x}{x+2}$; (v) $f(x) = \frac{1}{x} + 2 \ln x - e^{2x-3}$;

(w) $f(x) = \sinh x + \cosh 3x$; (x) $f(x) = (2x^2 - x^4 + 2 + \sin x)^2$;

(y) $f(x) = \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} 2x - \sin^5 x 4x^4$; (z) $f(x) = \sqrt[3]{\operatorname{ctg} 3x} - \sqrt{\ln x - \sin^2 x}$.

4. Izračunati izvode

(a) $y = 2x^4 - 5 \cos^2(\sin x - 2x)$; (b) $f(x) = \frac{1}{2 \operatorname{ctg}^3 + 2x} - \frac{x+3}{\ln x}$; (c) $f(x)y = \sqrt[12]{\sin x^3} + \frac{2-x}{\operatorname{tg}^4 x}$;

(d) $f(x) = \operatorname{arctg}(x^3 - \sin x)$; (e) $f(x) = \arccos \frac{3x - e^x}{\sin x}$;

(f) $f(x) = \ln(e^x + 3 \sin x - 4 \operatorname{arctg} x)$; (g) $y = \sqrt{\ln x + 3x} + \ln(\sqrt{x+3} - 1)$.

5. Ako je $f(x) = 1 - \arcsin \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$, odrediti $f'(\frac{1}{2})$.

6. Koristeći logaritamsko diferenciranje izračunati izvode sljedećih funkcija
 (a) $f(x) = (x + \ln x)^{\sin x + \cos x}$; (b) $f(x) = x^{\sin x + x}$; (c) $f(x) = (\cos x)^x$;
 (d) $f(x) = \frac{(\cos x)^{\sin x}}{x^2 + 3}$.
7. Odrediti $y' = \frac{dy}{dx}$ i $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$ za funkciju koja je zadana parametarski:
 (a) $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t^3 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x = \frac{1}{t} \\ y = t^3 + 2t \end{cases}$ (c) $\begin{cases} x = \frac{2t}{1+t^2} \\ y = \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{cases}$ (d) $\begin{cases} x = a(\cos t + \sin t) \\ y = b(\sin t - \cos t) \end{cases}$ (e) $\begin{cases} x = a \cos 3t \\ y = b \sin^2 t \end{cases}$
 (f) $\begin{cases} x(t) = \frac{2}{t} - t \\ y(t) = \frac{t^2}{t-1} \end{cases}$ (g) $\begin{cases} y(t) = 2t^2 + t \\ x(t) = t^2 + 1 \end{cases}$; (h) $\begin{cases} x(t) = a \cos t \\ y(t) = b \sin t \end{cases}$; (i) $\begin{cases} x(t) = t^3 + 2t + 5 \\ y(t) = t^3 + 1 \end{cases}$;
 (j) $\begin{cases} x(t) = 2t^2 + 3 \\ y(t) = 2t^3 + t^2 \end{cases}$ c. (k) $\begin{cases} x = t^2 + 2t \\ y = 2t^3 + 3t^2 \end{cases}$ i pokazati da je $\frac{1}{9}(y'_x)^2 + \frac{2}{3}y'_x - x = 0$.
8. Provjeriti da li funkcija zadana parametarski $x(t) = 2t + 3t^2$ i $y(t) = t^2 + 2t^3$, zadovoljava jednačinu $2(y')^3 + (y'')^2 = y$.
9. Odrediti y' i y'' za funkciju koja je zadana implicitno:
 (a) $xy - \sin y = 0$; (b) $\ln(xy) - \arctg x = 0$; (c) $\sqrt{x^2 + y^2} + ye^y = 0$;
 (d) $y \sin x + xy - x^2 = 0$; (e) $y^2 \sin y + x = 0$; (f) $\ln \sqrt{x^3 + xy} - \arctan \frac{x}{y} = 0$. (g) $2y = x + \sin x + \cos y$.
 (h) $\ln(xy) + 3x^{-2} = 2 - \sqrt{xy}^3$.
 (i) $e^{2\sqrt{y}} - (1 - 3x^2)y^2 - \frac{1}{x^2} = \frac{2}{y}$. (j) $\ln(x^2y) + 4x^{-3} = 5 + y \sin x$.
 (k) $x^3 + 5 \arctg(1 - y) - y^2 = 0$ i izračunati y' za $x = 1$ i $y = 1$.
10. Izračunati sljedeće granične vrijednosti koristeći L'Hospital-ovo pravilo
 (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right)$; (b) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{x^2}{1-x}}$; (c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - x + 1}{(x-1) \ln x}$;
 (d) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{x-1} \right)$; (e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) + (x+1)e^x - \cos x}{e^x - x \ln(1+x) - 1}$; (f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - 3 \sin x}{x^3 + x^4}$;
 (g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin 5x)}{\ln(\sin 7x)}$; (h) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x \operatorname{tg} x} \right)$; (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{x(e^{4x} - 1)} + \frac{2x-1}{2x^2} \right)$;
 (j) $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$; (k) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{1}{\ln(e^x - 1)}}$; (l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$; (m) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 + 3x + 9)}{x^2 + x - 6}$.
11. Odrediti intervale monotonosti, ako postoje ekstremne vrijednosti, intervale konveksnosti i konkavnosti te, ako postoje prevojne tačke funkcija
 (a) $f(x) = \frac{4x}{4-x^2}$; (b) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1}$; (c) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$;
 (d) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{1 - x^2}$; (e) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2}$; (f) $f(x) = x^2 e^{-x}$;
 (g) $f(x) = x e^{-x^2}$; (h) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$; (i) $f(x) = x^2 e^{-x^2}$;
 (j) $f(x) = (3 - x^2)e^x$; (k) $f(x) = x e^{\frac{1}{x-2}}$; (l) $f(x) = x \ln x$;
 (m) $f(x) = x \ln^2 x$; (n) $f(x) = \ln(x^2 - 1)$; (o) $f(x) = \ln \frac{x-2}{x+1}$;
 (p) $f(x) = \frac{\ln x}{x^3}$; (q) $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$.
12. Odrediti intervale monotonosti i stacionarne tačke funkcija
 (a) $f(x) = x^2 e^{-x}$. (b) $f(x) = \ln \frac{x^2 + x}{x^2 + x - 2}$. (c) $f(x) = x^2 - \ln x^2$.
 (d) $f(x) = x^2 \ln x$. (e) $f(x) = x \ln x - x$. (f) $f(x) = (x^2 - 1)e^{-x^2}$.
 (g) $f(x) = (1 - x^2)e^{-x}$. (h) $f(x) = x e^{\frac{x+3}{x^2}}$. (i) $f(x) = x e^{\frac{x-1}{x^2}}$.
13. Odrediti intervale konveksnosti i konkavnosti i prevojne tačke funkcije
 (a) $f(x) = x - \ln(1 + x^2)$. (b) $f(x) = x e^{-x^2}$. (c) $f(x) = x + \frac{\ln x}{x}$.
 (d) $f(x) = (3 - x^2)e^{-x}$. (e) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\ln^2 x}$. (f) $f(x) = x \ln^2 x$.
 (g) $f(x) = \ln(x^2 - 1) + \frac{1}{x^2}$. (h) $f(x) = (x + 1) \ln^2(x + 1)$. (i) $f(x) = x + \frac{\ln x}{x}$.

14. Odrediti lokalne ekstremume funkcije

(a) $f(x) = x \ln^2 x$. (b) $f(x) = \sin 2x - x$ za $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. (c) $f(x) = \frac{e^{x+1}}{x+2}$.